



Guía de estudio: Aprendiendo a operar con números racionales

"Nunca digas no puedo; levántate suspira, sonrío, y sigue adelante" (Ozuna, 2020)

| |
|---|
| <p>APRENDIZAJE DE LA UNIDAD O MÓDULO</p> <p>OAN1: Mostrar que comprenden la suma, resta, multiplicación y la división de números racionales: Aplicando procedimientos usados en la suma, resta, multiplicación y la división de números enteros. Además aplican la regla de los signos. Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios. OA 1 Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.</p> |
| <p>OBJETIVOS</p> <p>- Operar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros y racionales.</p> |
| <p>INDICADORES O CRITERIOS A EVALUAR</p> <ol style="list-style-type: none"> Desarrollan la regla de los signos en ejemplos concretos o en la recta numérica: $+\cdot+=+; +\cdot-=-; -\cdot+=-; -\cdot-=-$. Realizan operaciones mixtas con números racionales, respetando la jerarquía de las operaciones y los paréntesis. |
| <p>HABILIDADES</p> <p>A. Argumentar y comunicar.</p> |

Completa la tabla de multiplicar antes de empezar

| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| 1 | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | |

Al sumar o restar dos números reales, se debe considerar lo siguiente:

1. Los signos de cada número, si cada número es positivo o negativo.
2. Son números decimales.
3. Son fracciones.
4. Son más de dos números

(Se toman estas consideraciones en este orden.)

1. Los signos de cada número, si cada número es positivo o negativo.

Para esto tenemos dos casos:

- a) Si es una suma: La suma de números con signos iguales, se deben sumar y conservar el signo. La suma de números con signos distintos, se deben restar y conservar el signo del mayor.

Ejemplo:

- $1.510 + 2.344 = 3.854$
- $-348 + -954 = -1.302$
- $-1.030 + 994 = -36$
- $5.349 + -1423 = 3.926$

- b) Si es una resta: Por definición, la resta o diferencia de dos números es la suma de un número con el inverso aditivo del otro. Por lo tanto, se convierte de resta a suma y se realiza como está en el caso anterior.

Ejemplo:

- $8.461 - 1.826 = 8.461 + -1.826$
 $= 6.635$
- $5.458 - -6.460 = 5.458 + 6.460$
 $= 11.918$

2. Son números decimales.

Al sumar o restar números decimales, se debe realizar en orden considerando la coma decimal y los valores posicionales de cada uno.

Ejemplo:

- $6548,6519 + 758,0515 =$

| | UM | C | D | U | , | Dc. | Cn. | MI. | Dm. |
|-------|----|---|---|---|---|-----|-----|-----|-----|
| | 6 | 5 | 4 | 8 | , | 6 | 5 | 1 | 9 |
| + | | 7 | 5 | 8 | , | 0 | 5 | 1 | 5 |
| <hr/> | | | | | | | | | |
| | 7 | 3 | 0 | 6 | , | 7 | 0 | 3 | 4 |

- $5679,2567 + 6281,656 =$

| DM | UM | C | D | U | , | Dc. | Cn. | MI. | Dm. |
|----|----|---|---|---|---|-----|-----|-----|-----|
| | 5 | 6 | 7 | 9 | , | 2 | 5 | 6 | 7 |
| | + | 6 | 2 | 8 | 1 | , | 6 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 9 | 6 | 0 | , | 9 | 1 | 2 | 7 |

- $2185,3585 - 155,3244 =$

| DM | UM | C | D | U | , | Dc. | Cn. | MI. | Dm. |
|----|----|---|---|---|---|-----|-----|-----|-----|
| | 2 | 1 | 8 | 5 | , | 3 | 5 | 8 | 5 |
| | - | | 1 | 5 | 5 | , | 3 | 2 | 4 |
| | 2 | 0 | 3 | 0 | , | 0 | 3 | 4 | 1 |

- $4658,4574 + 1684,6548 =$

| DM | UM | C | D | U | , | Dc. | Cn. | MI. | Dm. |
|----|----|---|---|---|---|-----|-----|-----|-----|
| | 4 | 6 | 5 | 8 | , | 4 | 5 | 7 | 4 |
| | + | 1 | 6 | 8 | 4 | , | 6 | 5 | 4 |
| | 2 | 9 | 7 | 3 | , | 8 | 0 | 2 | 6 |

3. Son fracciones.

Al sumar o restar fracciones, se deben considerar los siguientes casos:

- Si los denominadores son iguales: en este caso se suman o restan los numeradores y se conserva el denominador.

Ejemplo:

- $\frac{5}{8} + \frac{9}{8} = \frac{5+9}{8} = \frac{14}{8}$
- $\frac{6}{14} + \frac{31}{14} = \frac{6+31}{14} = \frac{37}{14}$
- $\frac{7}{20} - \frac{5}{20} = \frac{7-5}{20} = \frac{2}{20}$
- $\frac{30}{18} - \frac{22}{18} = \frac{30-22}{18} = \frac{8}{18}$

b) Si los denominadores son distintos: en este caso se debe realizar 3 pasos:

- i) Paso 1: calcular el Mínimo Común Denominador (Mínimo Común Múltiplo entre los denominadores) de las fracciones.
- ii) Paso 2: encontrar las fracciones equivalentes con el denominador común.
- iii) Paso 3: sumar o restar fracciones con denominadores iguales.

Ejemplo:

- $\frac{6}{7} + \frac{3}{8} =$

| | | | | | | | | | | |
|--|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|----|
| Paso1: <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">7 - 8</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">7 - 4</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">7 - 2</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">7 - 1</td> <td style="padding: 2px 10px;">7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1 - 1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">56</td> </tr> </table> M.C.D= 56 | 7 - 8 | 2 | 7 - 4 | 2 | 7 - 2 | 2 | 7 - 1 | 7 | 1 - 1 | 56 |
| 7 - 8 | 2 | | | | | | | | | |
| 7 - 4 | 2 | | | | | | | | | |
| 7 - 2 | 2 | | | | | | | | | |
| 7 - 1 | 7 | | | | | | | | | |
| 1 - 1 | 56 | | | | | | | | | |
| Paso 2: $\frac{6}{7} = \frac{6 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{48}{56}$, $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{21}{56}$ | | | | | | | | | | |
| Paso 3: $\frac{6}{7} + \frac{3}{8} = \frac{48}{56} + \frac{21}{56} = \frac{69}{56}$ | | | | | | | | | | |

- $\frac{15}{10} + \frac{4}{5} =$

| | | | | | | |
|---|--------|---|-------|---|-------|----|
| Paso1: <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">10 - 5</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">5 - 5</td> <td style="padding: 2px 10px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1 - 1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">10</td> </tr> </table> M.C.D= 10 | 10 - 5 | 2 | 5 - 5 | 5 | 1 - 1 | 10 |
| 10 - 5 | 2 | | | | | |
| 5 - 5 | 5 | | | | | |
| 1 - 1 | 10 | | | | | |
| Paso 2: $\frac{15}{10} = \frac{15 \cdot 1}{10 \cdot 1} = \frac{15}{10}$, $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10}$ | | | | | | |
| Paso 3: $\frac{15}{10} + \frac{4}{5} = \frac{15}{10} + \frac{8}{10} = \frac{23}{10}$ | | | | | | |

- $\frac{36}{25} - \frac{12}{15} =$

Paso1:

| | | | | |
|-------|---|----|--|----|
| 25 | - | 15 | | 3 |
| <hr/> | | | | |
| 25 | - | 5 | | 5 |
| 5 | - | 1 | | 5 |
| 1 | - | 1 | | 75 |

M.C.D= 75

Paso 2: $\frac{36}{25} = \frac{36 \cdot 3}{25 \cdot 3} = \frac{108}{75}$, $\frac{12}{15} = \frac{12 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{60}{75}$

Paso 3: $\frac{36}{25} - \frac{12}{15} = \frac{108}{75} - \frac{60}{75} = \frac{48}{75}$

- $\frac{50}{8} - \frac{20}{6} =$

Paso1:

| | | | | |
|-------|---|---|--|----|
| 8 | - | 6 | | 2 |
| <hr/> | | | | |
| 4 | - | 3 | | 2 |
| 2 | - | 3 | | 2 |
| 1 | - | 3 | | 3 |
| 1 | - | 1 | | 24 |

M.C.D= 24

Paso 2: $\frac{50}{8} = \frac{50 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{150}{24}$, $\frac{20}{6} = \frac{20 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{80}{24}$

Paso 3: $\frac{50}{8} - \frac{20}{6} = \frac{150}{24} - \frac{80}{24} = \frac{70}{24}$

4. Son más de dos números (También es aplicable a dos números).

Para sumar o restar más de dos números, se debe considerar todo lo anterior de la siguiente forma:

- i. Si hay suma y/o resta, se debe expresar todo en suma, luego **sumar aparte** los números **positivos** y los **negativos**, para luego restarlos y conservar el signo del mayor. Si hay sólo números negativos o sólo números positivos, entonces se suman y se conserva el signo, respectivamente.
- ii. Si hay combinación entre números decimales y fracciones, entonces se deben transformar los números decimales a fracción, o en el caso de que al transformar las fracciones a números decimales sean exactas, se transforman las fracciones a números decimales. En el caso de que sean fracciones, se calcula el M.C.D de las fracciones y en el caso de que sean números decimales, se realiza al igual que en el paso anterior.
- iii. En el caso de que hayan sumas o restas de números enteros y fracciones, se toma como denominador "1" para convertirlas a fracción.
- iv. En el caso de que hayan sumas o restas de números enteros y números decimales, se toma rellena la extensión decimal con "0".
- v. En el caso de haber combinación de raíces con números racionales (números decimales o fracciones) o números enteros, se toma en consideración los casos en la parte 4 (Son números irracionales o con raíz)

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \bullet \quad 5 - 2 + 8,32 - \frac{3}{2} - 20,3 + 1 &= 5 + -2 + 8,32 + -\frac{3}{2} - 20,3 + 1 \\ &= 5 + -2 + 8,32 + -1,5 - 20,3 + 1 \end{aligned}$$

| + (Positivos) | - (negativos) |
|------------------------|-------------------------|
| $5 + 8,32 + 1 = 14,31$ | $2 + 1,5 + 20,3 = 23,8$ |

$$\begin{aligned} 5 + -2 + 8,32 + -1,5 - 20,3 + 1 &= 14,31 + -23,8 \\ &= -9,49 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad -5,5 + \frac{3}{4} + 20,5 - \frac{8}{5} - 100 + \frac{9}{20} = -5,5 + \frac{3}{4} + 20,5 + -\frac{8}{5} + -100 + \frac{9}{20}$$

$$= -\frac{55}{10} + \frac{3}{4} + \frac{205}{10} + -\frac{8}{5} + -\frac{100}{1} + \frac{9}{20}$$

Paso 1:

| | |
|---------------------|----|
| 1 - 4 - 5 - 10 - 20 | 2 |
| 1 - 2 - 5 - 5 - 10 | 2 |
| 1 - 1 - 5 - 5 - 5 | 5 |
| 1 - 1 - 1 - 1 - 1 | 20 |

M.C.D= 20

Paso 2:

$$-\frac{55}{10} = -\frac{55 \cdot 2}{10 \cdot 2} = -\frac{110}{20},$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20},$$

$$\frac{205}{10} = \frac{205 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{410}{20},$$

$$-\frac{8}{5} = -\frac{8 \cdot 4}{5 \cdot 4} = -\frac{32}{20},$$

$$-\frac{100}{1} = -\frac{100 \cdot 20}{1 \cdot 20} = -\frac{2000}{20},$$

$$\frac{9}{20} = \frac{9 \cdot 1}{20 \cdot 1} = \frac{9}{20}.$$

Paso 3:

$$-\frac{55}{10} + \frac{3}{4} + \frac{205}{10} + -\frac{8}{5} + -\frac{100}{1} + \frac{9}{20} = -\frac{110}{20} + \frac{15}{20} + \frac{410}{20} + -\frac{32}{20} + -\frac{2000}{20} + \frac{9}{20}$$

| + (Positivos) | - (negativos) |
|--|--|
| $\frac{15}{20} + \frac{410}{20} + \frac{9}{20} = \frac{434}{20}$ | $\frac{110}{20} + \frac{32}{20} + \frac{2000}{20} = \frac{2142}{20}$ |

$$-\frac{110}{20} + \frac{15}{20} + \frac{410}{20} + -\frac{32}{20} + -\frac{2000}{20} + \frac{9}{20} = \frac{434}{20} + -\frac{2142}{20}$$

$$= \frac{1708}{20}$$

Al multiplicar o dividir dos números reales, se debe considerar lo siguiente:

5. Los signos de cada número, si cada número es positivo o negativo.
6. Son números decimales.
7. Son fracciones.

(Se toman estas consideraciones en este orden.)

1. Los signos de cada número, si cada número es positivo o negativo.

Para esto tenemos dos casos:

- a) Si es una multiplicación: La multiplicación de números con signos iguales, el producto es positivo. De lo contrario, el producto es negativo.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \bullet \quad 158 \times 244 = \quad \begin{array}{r} 1 \quad 5 \quad 8 \\ \hline 6 \quad 3 \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} X \quad 2 \quad 4 \quad 4 \\ \hline 6 \quad 3 \quad 2 \quad x \\ + \quad 3 \quad 1 \quad 6 \quad x \quad x \\ \hline 3 \quad 8 \quad 5 \quad 5 \quad 2 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \bullet \quad -34 \times 94 = \quad \begin{array}{r} - \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} X \quad 9 \quad 4 \\ \hline + \quad 3 \quad 0 \quad 6 \quad x \\ \hline - \quad 3 \quad 1 \quad 9 \quad 6 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \bullet \quad -5202 \times -67 = \quad \begin{array}{r} - \quad 5 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \\ \hline 3 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} X \quad - \quad 6 \quad 7 \\ \hline + \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad x \\ \hline 3 \quad 4 \quad 8 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \end{array}
 \end{array}$$

$$\bullet \quad 294 \times -785 = \quad \begin{array}{r} 2 \quad 9 \quad 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} X \quad - \quad 7 \quad 8 \quad 5 \\ \hline \end{array}$$

- a) Si es multiplicación se realiza como si no hubiere coma decimal, y se procede como en la multiplicación de números enteros. Sin embargo, al final se contabilizan las cifras decimales (dígitos al lado derecho de la coma decimal) y se coloca esa misma cantidad de números decimales en el resultado

Ejemplo:

• $34,68 \times 59,85 =$

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|---|----|---|---|---|---|----|---|---|
| | | | | | 3 | 4, | 6 | 8 | X | 5 | 9, | 8 | 5 |
| | | | 1 | 7 | 3 | 4 | 0 | | | | | | |
| | | 2 | 7 | 7 | 4 | 4 | x | | | | | | |
| | | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | x | x | | | | | |
| + | 1 | 7 | 3 | 4 | 0 | x | x | x | | | | | |
| | 2 | 0 | 7 | 5, | 5 | 9 | 8 | 0 | | | | | |

• $1,44 \times -35,191 =$

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|---|---|----|---|---|---|----|----|---|---|---|
| | | | | | 1, | 4 | 4 | X | -3 | 5, | 1 | 9 | 1 |
| | | | | | 1 | 4 | 4 | | | | | | |
| | | 1 | 2 | 9 | 6 | x | | | | | | | |
| | | 1 | 4 | 4 | x | x | | | | | | | |
| | | 7 | 2 | 0 | x | x | x | | | | | | |
| + | 4 | 3 | 2 | x | x | x | x | | | | | | |
| | -5 | 0, | 6 | 7 | 5 | 0 | 4 | | | | | | |

- b) Si es división se toma el número con más cifras decimales (con más dígitos a la derecha de la coma decimal) y se elimina la coma decimal,

pero al otro número de la división, si no tiene la misma cantidad de números decimales, entonces se le agregan tantos "0" como cifras decimales le falte, de lo contrario, sólo se le borra la coma decimal.

Ejemplo:

- $222,93 \div 1,8 = 22.293 \div 180 =$

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 2 \quad 2' \quad 9' \quad 3' \quad : \quad -1 \quad 8 \quad 0 \quad = \quad -1 \quad 2 \quad 3, \quad 8 \quad 5 \\
 \\
 4 \quad 2 \quad 9 \\
 \\
 6 \quad 9 \quad 3 \\
 \\
 1 \quad 5 \quad 3 \quad 0 \\
 \\
 \quad 9 \quad 0 \quad 0 \\
 \\
 \quad 0//
 \end{array}$$

- $-17,0385 \div 1,5 = -170.385 \div 15.000 =$

$$\begin{array}{r}
 -1 \quad 7 \quad 0 \quad 3 \quad 8' \quad 5' \quad : \quad -1 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad = \quad 1 \quad 1, \quad 3 \quad 5 \quad 9 \\
 \\
 2 \quad 0 \quad 3 \quad 8 \quad 5 \\
 \\
 5 \quad 3 \quad 8 \quad 5 \quad 0 \\
 \\
 8 \quad 8 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \\
 \\
 1 \quad 3 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \\
 \quad 0//
 \end{array}$$

3. Son fracciones. (reducidas o irreducibles)

- a) Si es multiplicación, se debe multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador. Además, si tanto el numerador y el denominador del resultado son de la misma tabla de multiplicar, entonces se debe expresar como multiplicación y cancelar el factor común.

Ejemplo:

- $\frac{4}{5} \times \frac{10}{6} = \frac{4 \times 10}{5 \times 6} = \frac{40}{30} = \frac{2 \times 20}{2 \times 15} = \frac{20}{15} = \frac{5 \times 4}{5 \times 3} = \frac{4}{3}$
- $\frac{20}{9} \times -\frac{7}{35} = \frac{20 \times -7}{9 \times 35} = -\frac{140}{315} = -\frac{5 \times 28}{5 \times 63} = -\frac{28}{63} = -\frac{7 \times 4}{7 \times 9} = -\frac{4}{9}$
- $-\frac{81}{32} \times -\frac{80}{45} = \frac{-81 \times -80}{32 \times 45} = \frac{6480}{1440} = \frac{2 \times 3240}{2 \times 720} = \frac{3240}{720} = \frac{2 \times 1620}{2 \times 360} = \frac{1620}{360} = \frac{2 \times 810}{2 \times 180} = \frac{810}{180} = \frac{2 \times 405}{2 \times 90} = \frac{405}{90} = \frac{3 \times 135}{3 \times 30} = \frac{135}{30} = \frac{3 \times 45}{3 \times 10} = \frac{45}{10} = 4.5$

- b) Si es división, se debe multiplicar la primera fracción con la recíproca de la segunda fracción (intercambiar el numerador por el denominador). Además, si tanto el numerador y el denominador del resultado son de la misma tabla de multiplicar, entonces se debe expresar como multiplicación y cancelar el factor común.

Ejemplo:

- $-\frac{8}{3} \div \frac{10}{6} = -\frac{8}{3} \times \frac{6}{10} = \frac{-8 \times 6}{3 \times 10} = -\frac{48}{30} = -\frac{2 \times 24}{2 \times 15} = -\frac{24}{15} = -\frac{3 \times 8}{3 \times 5} = -\frac{8}{5}$
- $\frac{25}{32} \div -\frac{40}{14} = \frac{25}{32} \times -\frac{14}{40} = \frac{25 \times -14}{32 \times 40} = -\frac{350}{1280} = -\frac{2 \times 175}{2 \times 640} = -\frac{175}{640} = -\frac{5 \times 35}{5 \times 128} = -\frac{35}{128}$
- $\frac{100}{22} \div \frac{60}{65} = \frac{100}{22} \times \frac{65}{60} = \frac{100 \times 65}{22 \times 60} = \frac{6500}{1320} = \frac{2 \times 3250}{2 \times 660} = \frac{3250}{660} = \frac{2 \times 1625}{2 \times 330} = \frac{1625}{330} = \frac{5 \times 325}{5 \times 66} = \frac{325}{66}$

Considerar que la **PRIORIDAD DE LAS OPERATORIAS COMBINADAS**, tienen el siguiente orden:

1. Paréntesis (desde los paréntesis de adentro hacia afuera).
2. Potencias.
3. Multiplicaciones y Divisiones (de izquierda a derecha).
4. Sumas y Restas (de izquierda a derecha)